

UN MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA PARA LA MINIMIZACIÓN GLOBAL DE LA  
NORMA  $\ell_0$

**Diego Delle Donne**

ESSEC Business School of Paris, Francia  
delledonne@essec.edu

Dado un vector  $y \in \mathbb{R}^n$  y una matriz  $H \in \mathbb{R}^{n \times m}$ , el problema de “sparse approximation”  $\mathcal{P}_{0/p}$  pide hallar una solución  $x \in \mathbb{R}^m$  tal que  $\|y - Hx\|_p \leq \alpha$ , para un cierto valor  $\alpha$  dado, minimizando el tamaño del soporte  $\|x\|_0 := |\{j \mid x_j \neq 0\}|$ . Los modelos existentes de Programación Entera-Mixta que dan lugar a formulaciones convexas para  $\mathcal{P}_{0/p}$  son en general del tipo “big  $M$ ”, e involucran el uso de una cota  $M$  para los posibles valores de  $x$ . Cuando no se conoce de antemano un valor apropiado para  $M$ , estas formulaciones resultan ser sólo aproximaciones al problema y no modelos exactos. En este trabajo, comenzamos estudiando los poliedros asociados a estas formulaciones y derivamos desigualdades válidas de los mismos. En primera instancia utilizamos estas desigualdades para diseñar un algoritmo de branch-and-cut para estos modelos. Por otro lado, demostramos que las desigualdades encontradas son suficientes para describir el conjunto de “soportes factibles” para  $\mathcal{P}_{0/p}$ . Basados en este resultado, proponemos un nuevo modelo (y el primero a nuestro entender) de Programación Lineal Entera  $M$ -independiente para  $\mathcal{P}_{0/p}$ . Proponemos también un enfoque práctico para resolver esta formulación, la cual contiene una cantidad exponencial de restricciones. Finalmente, comparamos los métodos propuestos por medio de una experimentación computacional con el objetivo de evaluar su potencial contribución.

*Joint work with Matthieu Kowalski (Laboratoire des Signaux et Systèmes, UMR 8506 Université Paris-Saclay – CNRS – Centralesupelec, France) and Leo Liberti (LIX CNRS, Ecole Polytechnique, Institut Polytechnique de Paris, France).*

**Eliana Beatriz Pepa Risma**Univ. Nac. de San Luis - Inst. de Matem. Aplicada San Luis, Argentina  
ebpepa@unsl.edu.ar

En este trabajo hablaremos de la estructura de lattice ó reticulado del conjunto de soluciones estables en modelos de asignación generales conocidos como modelos de matching con contratos. En estos modelos existen dos conjuntos disjuntos finitos de agentes: los dos lados del mercado, y una cantidad finita de contratos bilaterales. Cada contrato caracteriza la relación entre los dos agentes que nombra (uno de cada lado del mercado), pueden existir varios contratos distintos que nombran al mismo par de agentes y difieren en las condiciones que establecen. Cada agente tiene preferencias sobre los conjuntos de contratos que él mismo podría firmar. Existen algunos conjuntos de contratos que, en caso de ser firmados, producen cierta estabilidad en el mercado. Nos enfocamos particularmente en el estudio de estos conjuntos, la manera de ordenarlos de acuerdo a las preferencias de los agentes, la estructura de reticulado que se puede obtener y algunas de sus aplicaciones.

**Referencias**

- [1] Blair C. (1988) The lattice Structure of the Set of Stable Matchings with Multiple Partners. *Mathematics of Operations Research*; 13(4), 619-628.
- [2] Hatfield J. and Milgrom P. (2005) Matching with contracts. *The American Economic Review*, 95(4), 913-935.
- [3] Hatfield J. and Kominers S. (2016) Contract Design and Stability in Many-to-many Matching. *Games and Economic Behavior* · DOI: 10.1016/j.geb.2016.01.002.
- [4] Klaus, B. and M. Walzl (2009), Stable Many-to-Many Matching with Contracts. *Journal of Mathematical Economics*, 45 (7-8), 422-434
- [5] Martinez R., Massó J., Neme A. and Oviedo J. (2001), On the lattice structure of the set of stable matchings for a many-to-one model. *Optimization*, 50, 439–457.
- [6] Martinez R., Massó J., Neme A. and Oviedo J. (2004) An algorithm to compute the full set of many-to-many stable matchings. *Mathematical Social Sciences*, 47, 187– 210.
- [7] Pepa Risma, E. (2015) Binary operations and lattice structure for a model of matching with contracts, *Mathematical Social Sciences*, 73, 6–12.
- [8] Pepa Risma E. (2015) A Deferred-Acceptance Algorithm with Contracts. *Journal of Dynamics and Games*, 2(34), 289-302.
- [9] Pepa Risma, E. (working paper) Matching with contracts: calculation of the complete set of stable allocations
- [10] Roth A. and Sotomayor (1990) M. Book *Two Sided Matching, a Study in Game Theoretic Modeling and Analysis* Cambridge University Press.